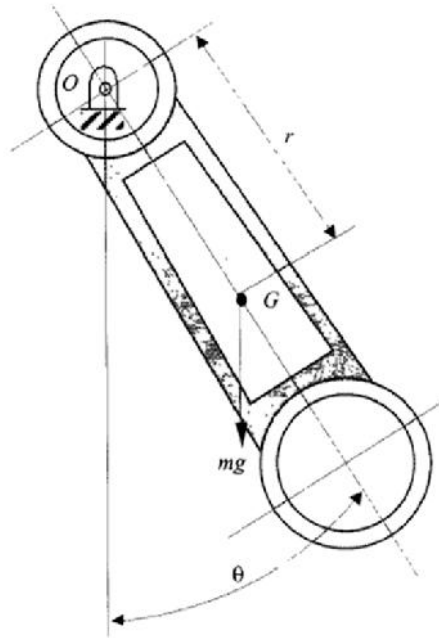


Analisis Gaya Dinamis



TITIK PUSAT BERAT DAN MOMEN INERSIA MASSA

Massa dan Berat

- **Massa** (m) adalah ukuran banyaknya material pada suatu benda. Massa juga dapat dianalogikan sebagai **hambatan** dari suatu benda terhadap **percepatan**.
- **Berat** (W) adalah besarnya tarikan akibat gravitasi terhadap benda. Sehingga berat merupakan gaya yang arahnya selalu menuju pusat bumi.
- **Percepatan gravitasi** (g) bervariasi tergantung dari lokasi benda relatif terhadap tarikan gravitasi.

$$W = mg \quad g = 9,81 \text{ m/dtk}^2 = 386,4 \text{ in./dtk}^2$$

Titik pusat Massa (*center of gravity, c.g.*)

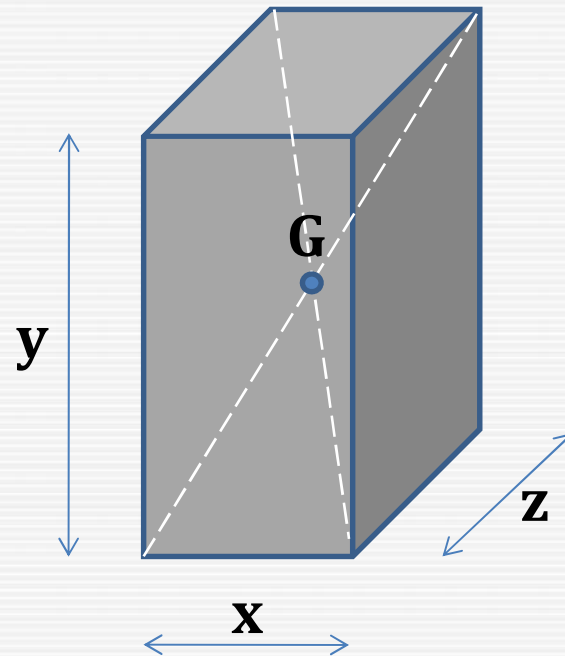
Titik pusat massa (cg) merupakan titik keseimbangan dari suatu benda.

Posisi c. g. perlu diketahui karena berat atau gaya gravitasi beraksi pada titik tersebut. Pada analisis gaya dinamis, semua kelembaman akibat percepatan benda juga beraksi pada titik tersebut.

Menentukan letak c. g. dapat dilakukan dengan:

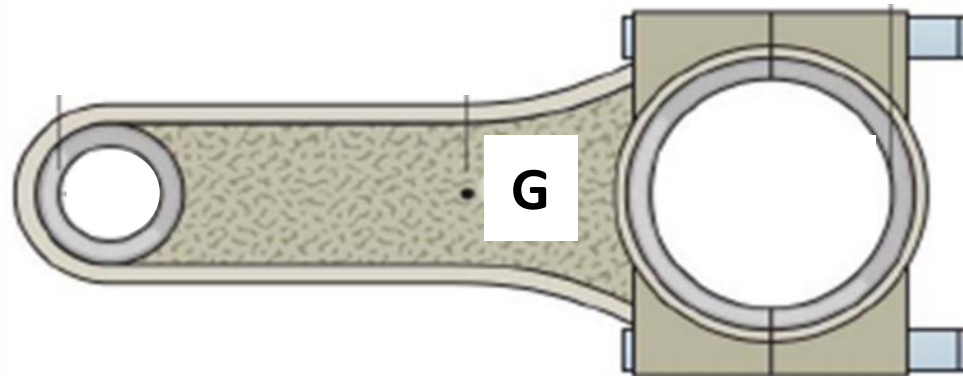
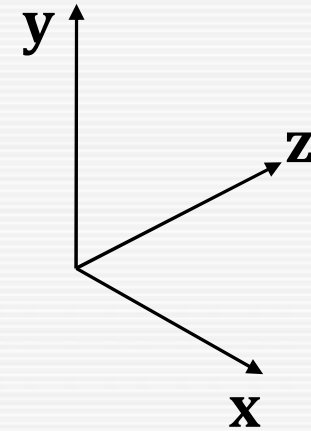
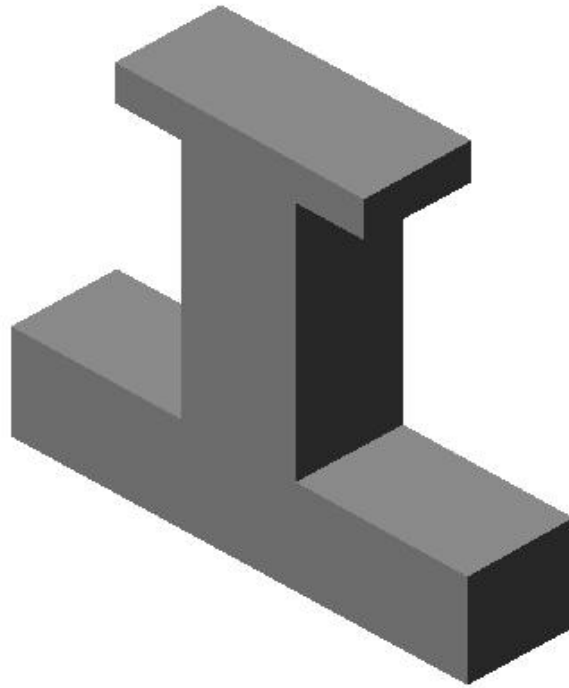
- Rumus (untuk benda-benda homogen)
- Eksperimen, untuk (benda-benda tidak beraturan)
- Berbantuan computer (CAD)

TITIK PUSAT MASSA (CENTER of GRAVITY)

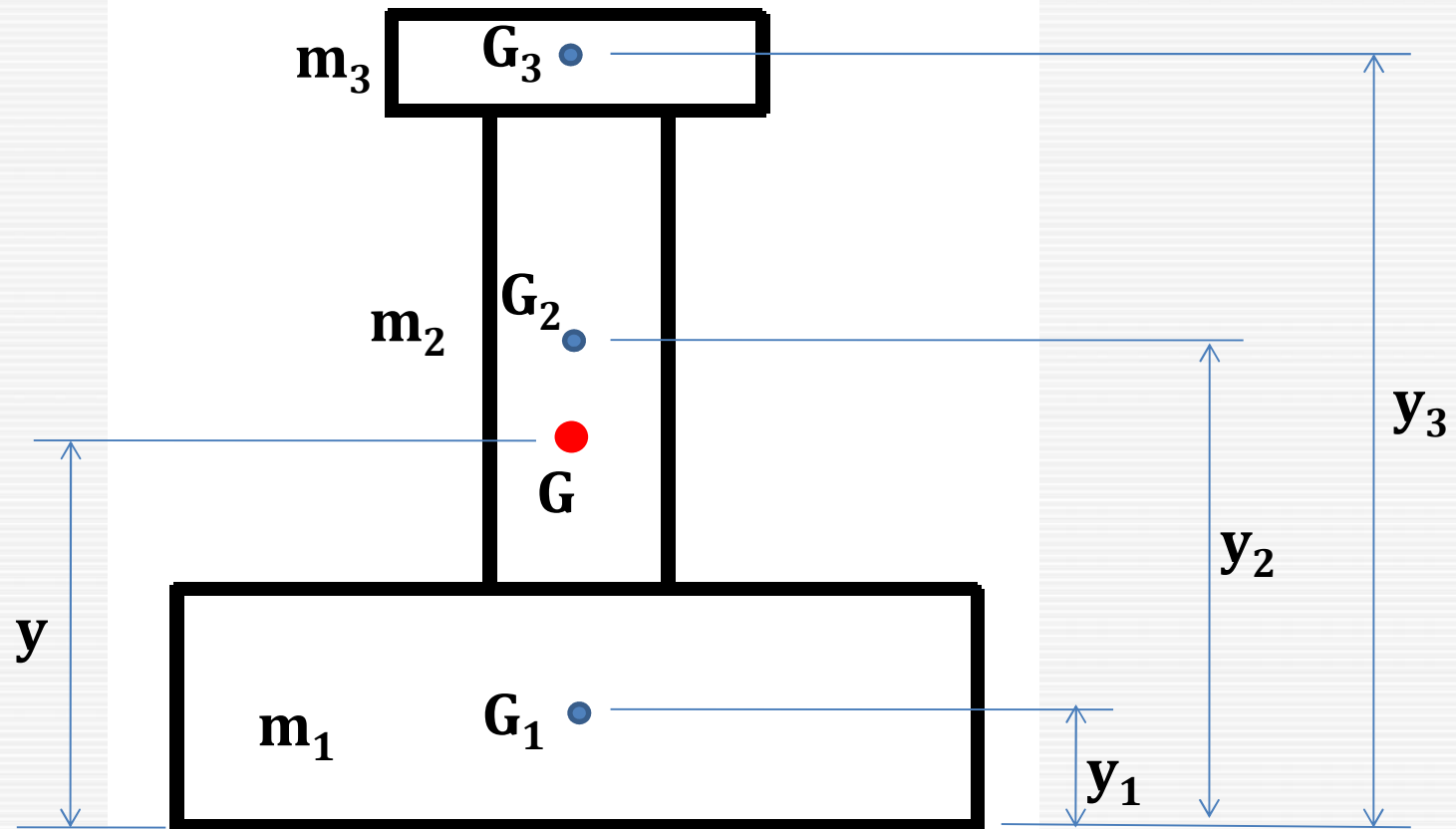


Letak titik pusat massanya adalah; $G = (\frac{1}{2} x, \frac{1}{2} y, \frac{1}{2} z)$

Bagaimana dengan bentuk dibawah ???



Dengan Penggabungan masing-masing titik pusat



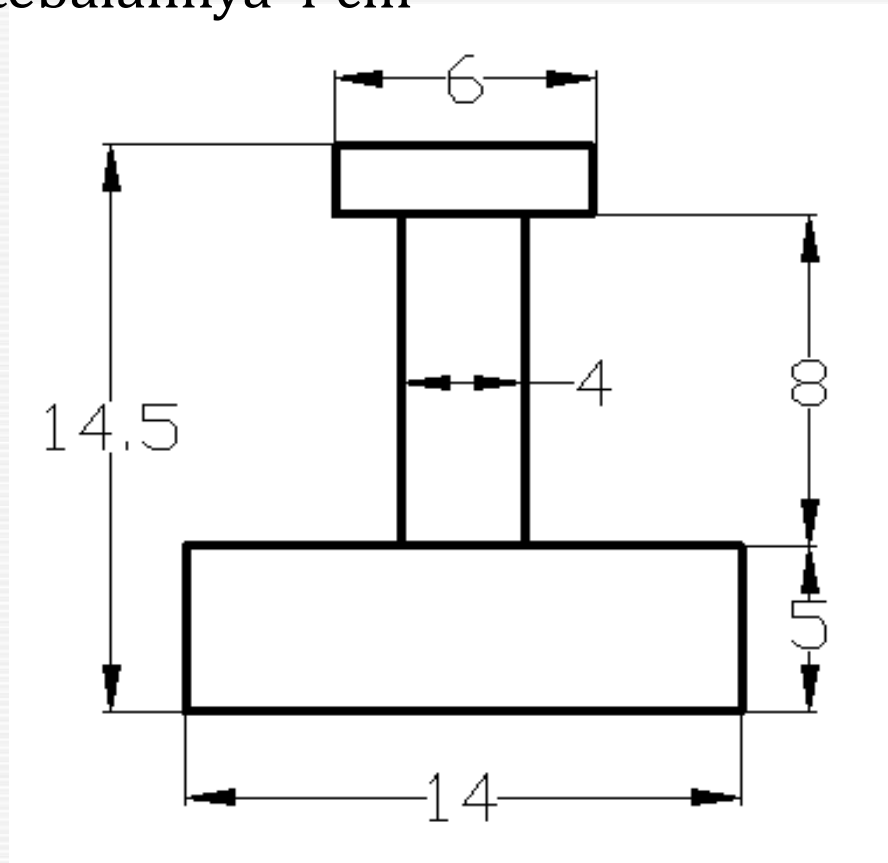
$$x = \frac{\sum m_n x_n}{\sum m_n} \quad y = \frac{\sum m_n y_n}{\sum m_n} \quad z = \frac{\sum m_n z_n}{\sum m_n} \quad n = 1, 2, \dots$$

m = massa benda = V

V = volume benda

Contoh Soal:

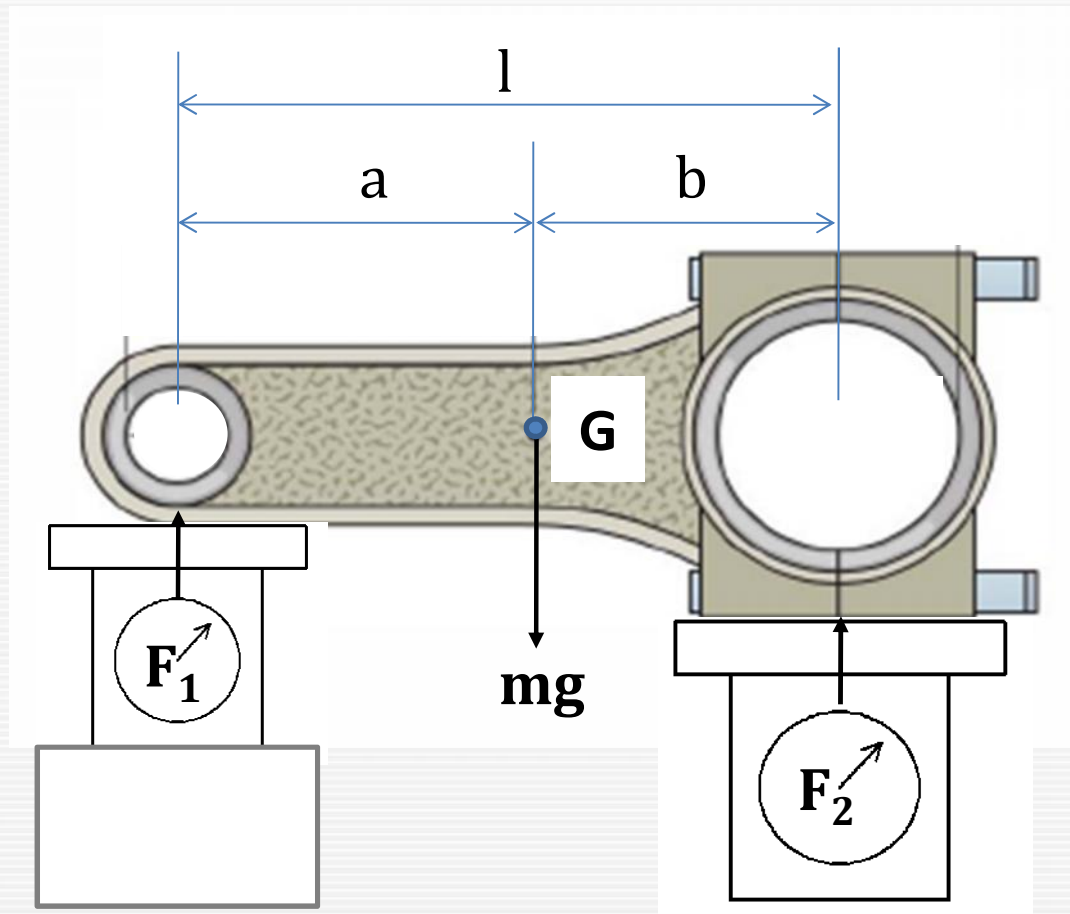
Tentukan pusat massa gambar dibawah, jika massa jenis materialnya 1700 kg/m^3 ketebalannya 4 cm



$$y = \frac{\sum m_n y_n}{\sum m_n}$$

Satuan : cm

Ditentukan dengan Percobaan Statika



$$mg = F_1 + F_2$$

$$mga = F_2 l$$

$$a = \frac{F_2 l}{F_1 + F_2}$$

Dimana :

G = lokasi pusat berat massa.

Jika indikator pada kedua timbangan menunjukkan gaya – gaya F_1 dan F_2 , maka dengan menjumlahkan momen di titik tumpu sebelah kiri (timbangan sebelah kiri), akan diperoleh jarak a .

$$- F_2 \cdot L + mg \cdot a = 0$$

$$a = \frac{F_2 \cdot L}{mg} \dots\dots\dots (13.2)$$

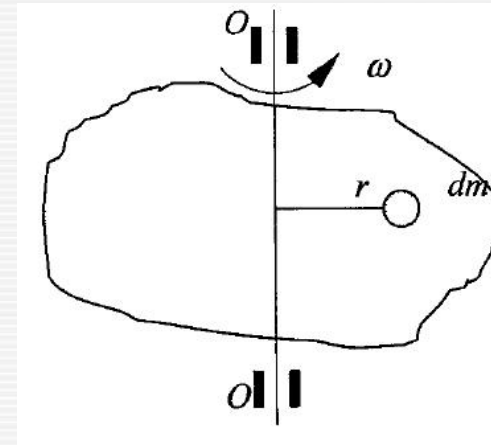
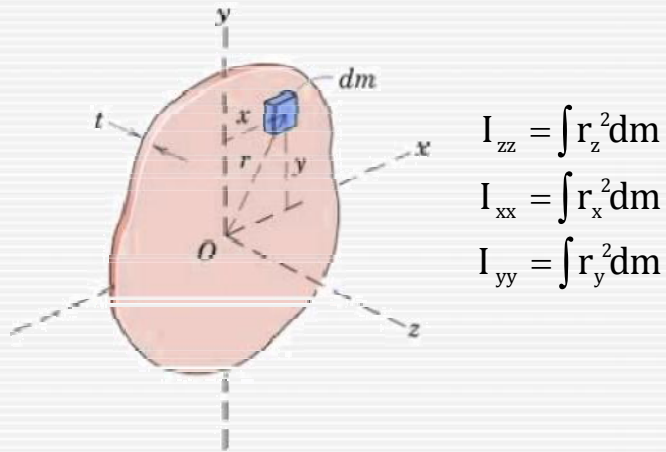
Karena $mg = F_1 + F_2$, maka :

$$a = \frac{F_2 \cdot L}{F_1 + F_2}, \text{ dan } \dots\dots\dots$$
$$b = L - a \dots\dots\dots (13.3)$$

Momen Inersia Massa

Momen Inersia Massa (I) adalah **hambatan** dari suatu benda terhadap **percepatan sudut**. Momen Inersia Massa tergantung pada **massa** benda, **bentuk** dan **ukuran** benda.

Momen Inersia Massa terhadap sumbu tetap



Jari-jari Girasi (*radius of Gyration, k*)

Jari-jari Girasi adalah jarak dari titik pusat massa di mana apabila massa keseluruhan dikonsentrasikan pada jarak tersebut, akan memiliki Momen Inersia Massa yang sama

$$I = mk^2$$

Besar momen inersia dihitung dengan rumus :

□ Untuk benda berupa partikel tunggal / titik massa : $I = mr^2$,

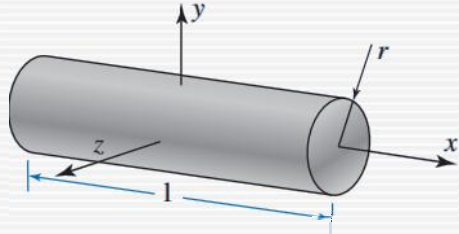
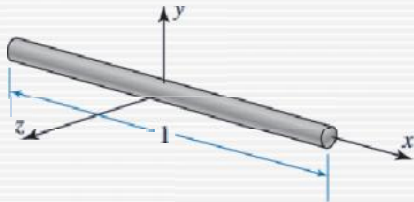
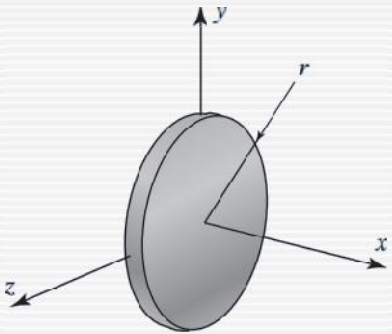
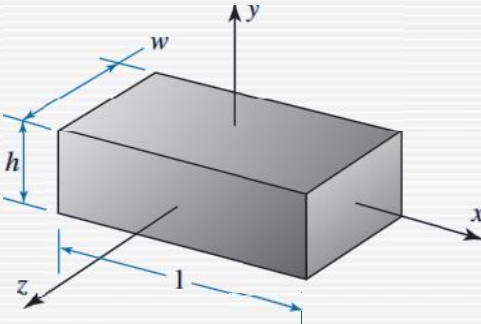
□ Untuk beberapa partikel/titik massa : $I = \sum mr^2$

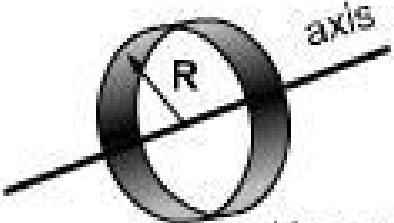
(Momen inersia merupakan besaran skalar, sehingga tidak perlu memikirkan tanda “+” atau “-“ jika akan menjumlahkan)

□ Untuk benda tegar (benda utuh) : tergantung sumbu dan bentuknya, yang dihitung dengan rumus :

$$I = \int r^2 dm$$

Momen Inersia Massa dari benda pejal yang umum

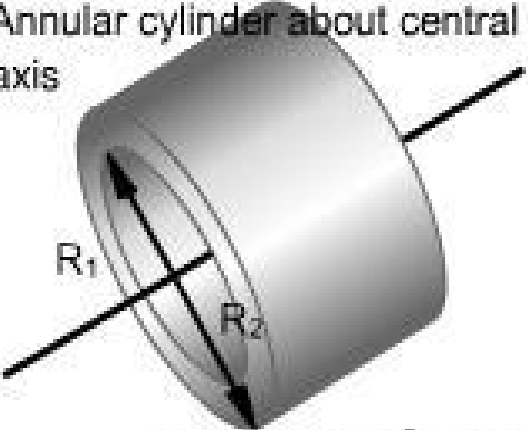
Silinder		$I_{xx} = \frac{1}{2} [mr^2]$ $I_{yy} = \frac{1}{12} [m(3r^2 + l^2)]$ $I_{zz} = \frac{1}{12} [m(3r^2 + l^2)]$
Batang ramping		$I_{xx} = 0$ $I_{yy} = \frac{1}{12} [ml^2]$ $I_{zz} = \frac{1}{12} [ml^2]$
Cakram tipis		$I_{xx} = \frac{1}{2} [mr^2]$ $I_{yy} = \frac{1}{4} [mr^2]$ $I_{zz} = \frac{1}{4} [mr^2]$ <p style="text-align: center;">—</p>
Balok		$I_{xx} = \frac{1}{12} [m(w^2 + h^2)]$ $I_{yy} = \frac{1}{12} [m(w^2 + l^2)]$ $I_{zz} = \frac{1}{12} [m(h^2 + l^2)]$ <p style="text-align: center;">—</p>



Hoop about central axis

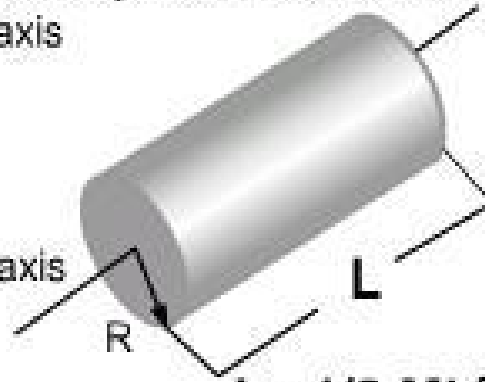
$I = MR^2$

Annular cylinder about central axis



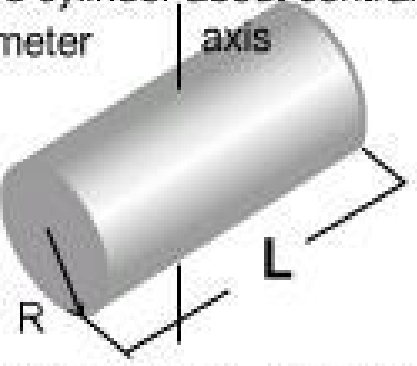
$I = \frac{1}{2} M(R_1^2 + R_2^2)$

Solid cylinder about central axis



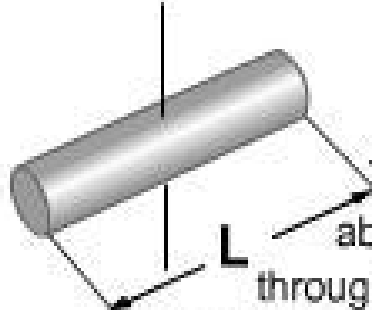
$I = \frac{1}{2} ML^2$

Solid cylinder about central diameter



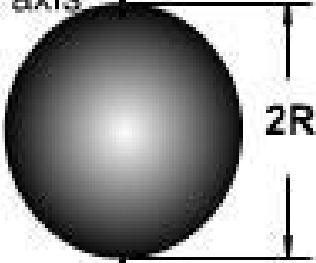
$I = \frac{1}{4} MR^2 + \frac{1}{12} ML^2$

Thin rod about axis through center perpendicular to length



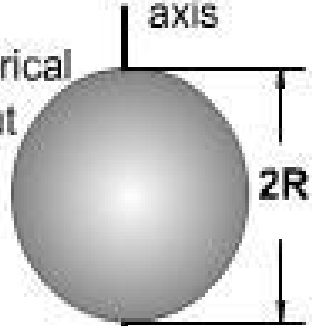
$I = \frac{1}{12} ML^2$

Solid sphere about any axis



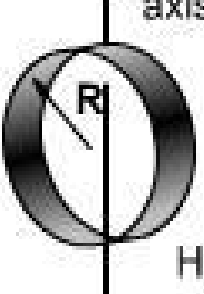
$I = \frac{2}{5} MR^2$

Thin spherical shell about any diameter



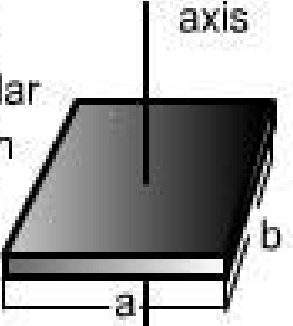
$I = \frac{2}{3} MR^2$

Hoop about central axis



$I = MR^2$

Slab about perpendicular axis through center

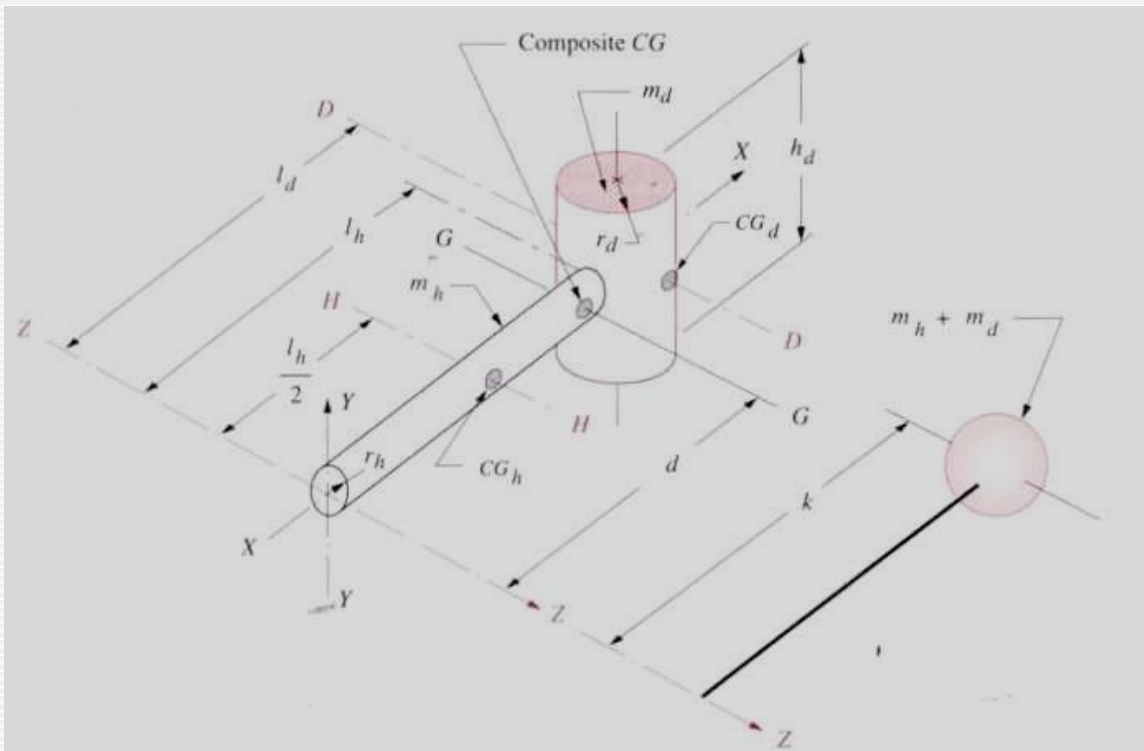


$I = \frac{1}{12} M(a^2 + b^2)$

Teorema Sumbu Sejajar

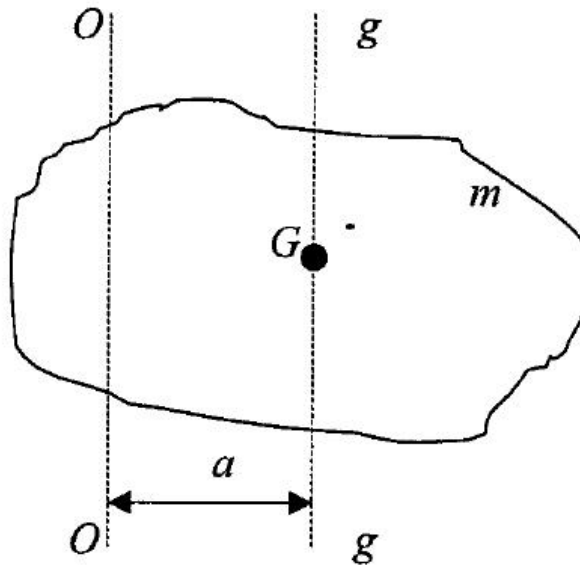
Momen Inersia dari suatu benda terhadap sumbu sembarang (ZZ) dapat dinyatakan sebagai **penjumlahan** dari Momen Inersia terhadap sumbu yang melewati titik pusat massa (GG) **dengan** perkalian massa dengan kuadrat jarak tegak lurus kedua sumbu tersebut

$$I_{ZZ} = I_{GG} + md^2$$



Momen Inersia Massa (gabungan) terhadap sumbu ZZ

$$I_{ZZ} = \left[I_{HH} + m_h \left(\frac{l_h}{2} \right)^2 \right] + \left[I_{DD} + m_d l_d^2 \right]$$



- Momen Inersia terhadap sumbu yang sejajar dengan sumbu yang melalui pusat massa benda (G).

$$I = I_G + md^2$$

I = momen terhadap sumbu parallel

I_G = momen inersia terhadap sumbu pada pusat massa

d = jarak antara sumbu parallel

Menentukan Momen Inersia Massa

- Analitis
- BerbantuanKomputerCAD
- Eksperimen

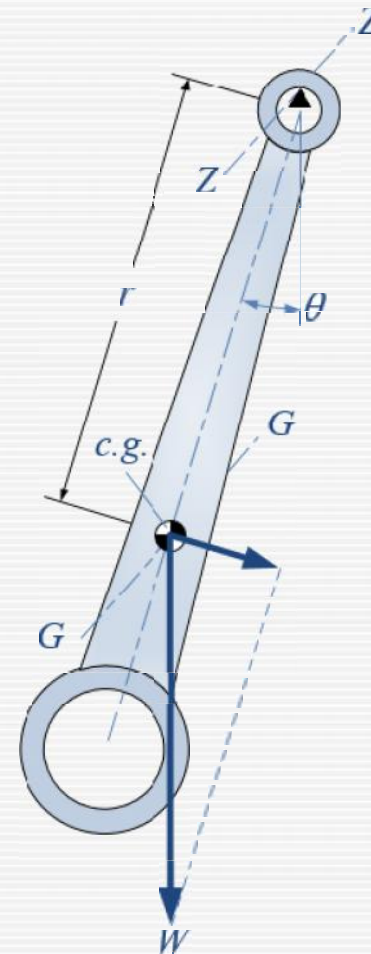
$$I_{GG} = Wr \left(\frac{\Delta\tau}{2\pi} \right)^2 - \frac{W}{g} r^2$$

W = Berat benda

r = Periode waktu untuk satu ayunan

g = Percepatan gravitasi

r = Jarak tumpuan ke titik pusat massa



GAYA KELEMBAMAN

$$F_g = -ma_G$$

$$\Sigma F + ma_G = 0$$

TORSI KELEMBAMAN

$$T_G = -I_G \alpha$$

$$\Sigma M + I_G \alpha = 0$$